questions de cours possibles :

— Si f dérivable sur I tq $x \in I$ min local de f, alors $f'(x) = 0$
— Les inégalités larges se conservent par passage à la limite.
— Le théorème des accroissements finis.
— Le théorème de Rolle.
— Dérivée de arctan.
— $f' \geq 0$ sur $[a, b]$ ssi f croissante sur $[a, b]$

Soit $f : x \in \mathbb{R}^* \mapsto \sin(1/x)$. Existe-t-il un prolongement de f continue sur $\mathbb{R}$?
Si oui, le prolongement est-il dérivable ? de classe $\mathcal{C}^1$?
Même question pour $f(x) = x \sin(1/x)$, et pour $f(x) = x^2 \sin(1/x)$

Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ telle que $f'(b)(f(b) - f(a)) < 0$. Montrer que f' s'annule sur $]a, b[$.

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable telle que $f'(x) \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0$

(1) Montrer que $\forall \varepsilon > 0, \exists A > 0, \forall x > A, \left| \frac{f(x) - f(A)}{x - A} \right| \leq \varepsilon$
(2) En déduire que $f(x)/x \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0$

Soit $f : I \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^2$ sur l'intervalle I, soit a un réel dans l'intérieur de I. Supposons que $f'(a) = 0$ et $f''(a) \neq 0$. Montrer que a est un extremum local de f. Donner un contre-exemple si $f''(a) = 0$.

Soit f dérivable en $a \in \mathbb{R}$. Calculer $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f^2(a+3h) - f^2(a-h)}{h}$

Soit $f_n : x \in \mathbb{R} \mapsto 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!}$.
Montrer que, $f_n(x) = 0$ possède une unique solution si n est impair, et aucune solution si n pair.

(1) Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ telle que $f(a) = f(b)$. Montrer que f' s'annule sur $]a, b[$.
(2) Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ non nul dont toutes les racines sont réelles. Montrer que P' n'a que des racines réelles.

Soit $f : I \to \mathbb{R}$ dérivable sur l'intervalle I, soient $a, b \in I$ tels que $a < b$.
On pose, pour $t \in [a, b], \varphi(t) = \begin{cases} \frac{f(t) - f(a)}{t - a} & \text{si } t > a \\ f'(a) & \text{si } t = a \end{cases}$ et $\psi(t) = \begin{cases} \frac{f(b) - f(t)}{b - t} & \text{si } t < b \\ f'(b) & \text{si } t = b \end{cases}$
(1) Montrer que $\varphi([a, b]) \cup \psi([a, b])$ est un intervalle.
(2) En déduire que f' vérifie le théorème des valeurs intermédiaires.

Soit $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ telle que $f(0) \geq 0$ et $f'(0) > 0$ et $f(x) \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0$. Montrer que $\exists x > 0, f'(x) = 0$

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable. Calculer $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x}$

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable telle que f admet des limites égales en $+\infty$ et en $-\infty$. Montrer que $\exists x \in \mathbb{R}, f'(x) = 0$

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ périodique et dérivable. Montrer que $\exists x \in \mathbb{R}, f'(x) = 0$